

Lliçó 5: Condensadors

1. Un condensador de plaques paral·leles té 2.0 μF de capacitat i una separació de 1.6 mm entre les plaques. (a) Quant val la màxima diferència de potencial entre les plaques sense que es produeixi ruptura dielèctrica de l'aire? ($E_{\text{màx}} = 3 \text{ MV/m}$) (b) Quanta càrrega emmagatzema el condensador a aquesta diferència de potencial màxima? [Ti]

Sol.: (a) 4800 V, (b) 9.6 mC

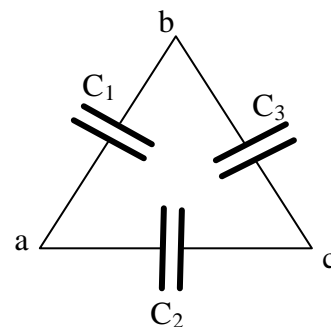
2. Un cable coaxial entre dues ciutats té un radi interior de 0.8 mm i un radi exterior de 6 mm. La seva longitud és $8 \cdot 10^5 \text{ m}$. Considereu aquest cable com un condensador cilíndric i determineu la seva capacitat. [Ti]

Sol.: 22.1 μF

3. Quanta energia hi ha emmagatzemada en un conductor esfèric aïllat de 10 cm de radi carregat a 2 KV? [Ti]

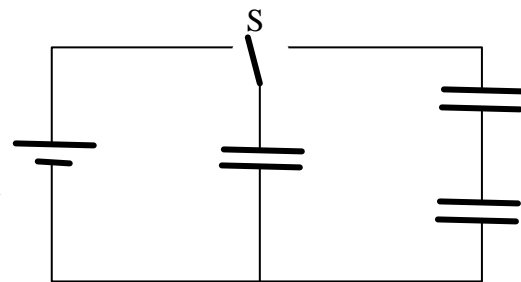
Sol.: $2.22 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

4. Tres condensadors es connecten en una xarxa triangular com la de la figura. Esbrineu la capacitat equivalent entre els terminals a i c. [Ti]



Sol.:
$$\frac{C_2 C_3 + C_1 C_2 + C_1 C_3}{C_3 + C_1}$$

5. A la figura, el condensador 1 està inicialment carregat amb una diferència de potencial V_0 quan el commutador S està a la posició esquerra. (a) Quina càrrega tindrà aquest condensador? (b) Quina càrrega final i quina diferència de potencial entre els seus extrems tindrà cada condensador quan canviem la posició del commutador? Expresses les respostes en funció de V_0 , C_1 , C_2 i C_3 . (c) Calculeu en el cas de que $V_0 = 35 \text{ V}$, $C_1 = 4 \mu\text{F}$, $C_2 = 6 \mu\text{F}$ i $C_3 = 2 \mu\text{F}$. [Ge]



Sol.: (a) $C_1 V_0$, (b)
$$Q_{1,final} = \frac{C_1 V_0}{1 + \frac{C_2 C_3}{C_1(C_2 + C_3)}}, \quad Q_{2,final} = Q_{3,final} = \frac{C_2 C_3 V_0}{C_2 + C_3 + \frac{C_2 C_3}{C_1}}$$

$$V_{1,final} = \frac{V_0}{1 + \frac{C_2 C_3}{C_1(C_2 + C_3)}}, \quad V_{2,final} = \frac{C_3 V_0}{C_2 + C_3 + \frac{C_2 C_3}{C_1}}, \quad V_{3,final} = \frac{C_2 V_0}{C_2 + C_3 + \frac{C_2 C_3}{C_1}}$$

(c) $V_{1,final} = 25.5 \text{ V}$, $V_{2,final} = 6.36 \text{ V}$, $V_{3,final} = 19.1 \text{ V}$, $Q_{1,final} = 102 \mu\text{C}$, $Q_{2,final} = Q_{3,final} = 38.2 \mu\text{C}$.

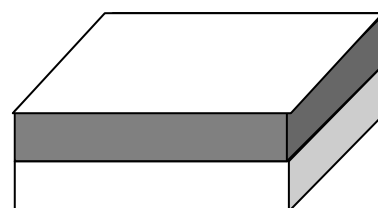
6. Un cert dielèctric amb constata dielèctrica $k = 24$ pot resistir un camp elèctric de $4 \cdot 10^7$ V/m. Suposeu que el volem fer servir per a construir un condensador de $0.1 \mu\text{F}$ de capacitat que pugui resistir una diferència de potencial de 2000 V. (a) Quina és la separació mínima entre les plaques? (b) Quant ha de valer l'àrea de les plaques? [Ti]

Sol.: (a) 0.05 mm, (b) 235 cm^2 .

7. Un condensador de 20 pF es carrega a 3.0 kV i a continuació es desconnecta de la bateria i es connecta a un condensador descarregat de 50 pF. (a) Quant val la nova càrrega en cada condensador? (b) Determineu l'energia inicial emmagatzemada en tots dos condensadors i l'energia final. Quant connectem els dos condensadors, es guanya o es perd energia? [Ti]

Sol.: (a) $1.71 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $4.28 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, (b) $9 \cdot 10^{-5} \text{ J}$, $2.56 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

8. Un condensador de plaques paral·leles té una capacitat C_0 i una separació entre les plaques d . Dues làmines dielèctriques de constants k_1 i k_2 , cadascuna d'elles de gruix $\frac{1}{2}d$ i que tenen la mateixa àrea que les



plaques, s'introdueixen entre les plaques tal com s'indica a la figura. Quan la càrrega lliure en les plaques val Q , determineu (a) el camp elèctric en cada dielèctric i (b) la diferència de potencial entre les plaques.

(c) Demostreu que la nova capacitat ve donada per $C = \frac{2k_1k_2}{k_1 + k_2} C_0$ (d) Demostreu que aquest

sistema pot ser considerat com dos condensadors de gruix $\frac{1}{2}d$ connectats en sèrie. [Ti]

Sol.: (a) $E_1 = \frac{Q}{Ae_0k_1}$, $E_2 = \frac{Q}{Ae_0k_2}$, (b) $V = \frac{E_0d}{2} \left(\frac{k_1 + k_2}{k_1k_2} \right)$ on $E_0 = \frac{Q}{Ae_0}$

9. La membrana de l'axò d'una neurona és una capa cilíndrica fina de radi $r = 10^{-5}$ m, longitud $L = 0.1$ m i gruix $d = 10^{-8}$ m. La membrana té una càrrega positiva en un costat i una càrrega negativa en l'altre costat, i actua com un condensador de plaques paral·leles d'àrea $A = 2\pi rL$ i separació d . La seva constant dielèctrica és aproximadament $k = 3$. (a) Determineu la capacitat de la membrana. Si la diferència de potencial en la membrana val 70 mV, esbrineu (b) la càrrega en cada costat de la membrana, i (c) el camp elèctric a través de la membrana. [Ti]

Sol.: (a) 16.7 nF, (b) 1.17 nC, (c) $7 \cdot 10^6$ V/m.

10. Un condensador de plaques paral·leles està constituït per una capa de diòxid de silici de $5 \cdot 10^{-6}$ m de gruix entre dues pel·lícules conductores. La constant dielèctrica val 3.8 i el camp de ruptura $8 \cdot 10^6$ V/m. (a) Quin voltatge podem aplicar al condensador sense que es produeixi la ruptura dielèctrica? (b) Quina hauria de ser l'àrea de la superfície de la capa de diòxid de silici per a un condensador de 100 pF? (c) Feu una estimació del nombre de aquests condensadors que caben en un quadrat de 1 cm per 1 cm. [Ti]

Sol.: (a) 40 V, (b) $1.49 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$, (c) 7 condensadors.

11. Un condensador esfèric està constituït per dues closques esfèriques fines concèntriques de radis R_1 i R_2 . (a) Demostreu que la capacitat ve donada per $C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}$ (b) Demostreu que quan els radis de les closques són aproximadament iguals, la capacitat ve donada aproximadament per la capacitat del condensador de plaques paral·leles, $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$, on A és l'àrea de l'esfera i $d = R_2 - R_1$. [Ti]

12. Les parets d'algunes cèl·lules del cos humà tenen una doble capa de càrrega superficial: una capa de càrrega negativa a la cara interior i una capa de càrrega positiva de la mateixa magnitud a l'exterior. Supposeu que les densitats de càrrega superficial són $\pm 0.50 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$ i que el gruix de la paret cel·lular és de $5.0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$. Supposeu que el material de la paret cel·lular té una constant dielèctrica $k = 5.4$. (a) Trobeu la magnitud del camp elèctric a la regió entre les dues capes de càrrega. (b) Trobeu la diferència de potencial entre les parets interior i exterior de la cèl·lula. Quina està a potencial més gran? (c) Una cèl·lula humana típica té un volum de 10^{-16} m^3 . Estimeu l'energia total del camp elèctric emmagatzemada en la paret d'una cèl·lula d'aquesta grandària. (Suggeriment: supposeu que la cèl·lula és esfèrica i calculeu el volum de la seva paret.) [Se]

Sol.: (a) $1.0 \cdot 10^7 \text{ V/m}$, (b) $5.2 \cdot 10^{-2} \text{ V}$, (c) $1.35 \cdot 10^{-15} \text{ J}$